Soluciones 2.^{o} de ESO

PROBLEMA 1

a. Se puede buscar la descomposición que nos de el mayor producto procediendo sistemáticamente y probando todos los casos posibles, como está hecho en la tabla siguiente:

Descomposición del 12 en dos sumandos		
11	1	11
10	2	20
9	3	27
8	4	32
7	5	35
6	6	36

Se ve que el máximo producto se obtiene cuando se descompone el número 12 como suma de dos sumandos iguales.

b. Igualmente, se puede llegar a la solución por tanteo sistemático, esto es, comprobando una a una todas las posibilidades:

Descomposición del 13 en dos sumandos		
12	1	12
11	2	22
10	3	30
9	4	36
8	5	40
7	6	42

Descomposición del 14 en dos sumandos		
13	1	13
12	2	24
11	3	33
10	4	40
9	5	45
8	6	48
7	7	49

La generalización a estas cuestiones se puede responder algebraicamente. Para un número par, el máximo producto se obtiene al descomponerlo en dos sumandos iguales. Así, si el número se escribe como $2n$, la descomposición óptima sería $n+n$ y el producto n^2.

En efecto, si se descompusiera de cualquier otra forma sería $n+a$ y $n-a$, el producto sería n^2-a^2 , que es menor que n^2.

Para los números impares, se demuestra que la solución es en dos sumandos 'casi iguales'. Es decir, si el número lo escribimos como $2n+1$, la descomposición óptima sería $n+(n+1)$, que daría lugar al producto n^2+n.

Por tanto habría que descomponer el 12 como $6+6$, el 13 como $7+6$ y el 14 como $7+7$ para obtener el mayor producto de los sumandos de la descomposición.

c. Igual que ocurría en los apartados anteriores, es posible llegar a la solución comprobando, de manera sistemática, todos los casos posibles, como se hace en la siguientes tablas, en las que vemos las distintas posibilidades de expresar el número 12 y el 13 como suma de 2, 3, 4, 5 y 6 sumandos. Hemos eliminado el 1 como sumando por ser el elemento neutro de la multiplicación (el producto de cualquier número por 1 es ese mismo número). Están señaladas en cada tabla las descomposiciones que da lugar al mayor producto:

Descomposición del 12 en varios sumandos	
En 2, 3, 4, 5 y 6 sumandos	**Producto**
10 2	20
9 3	27
8 4	32
7 5	35
6 6	36
8 2 2	32
7 3 2	48
6 3 3	54
5 4 3	60
4 4 4	64
6 2 2 2	48
5 3 2 2	60
4 3 3 2	72
3 3 3 3	**81**
4 2 2 2 2	64
3 3 2 2 2	72
2 2 2 2 2 2	64

Descomposición del 13 en varios sumandos	
En 2, 3, 4, 5 y 6 sumandos	**Producto**
11 2	22
10 3	30
9 4	36
8 5	40
7 6	42
9 2 2	36
8 3 2	48
7 3 3	63
6 4 3	72
5 5 3	75
5 4 4	80
7 2 2 2	56
6 3 2 2	72
5 3 3 2	90
4 3 3 3	**108**
5 2 2 2 2	80
4 3 2 2 2	96
3 3 3 2 2	**108**
3 2 2 2 2 2	96

Vemos que para el número 12 la descomposición que da el producto máximo es única, pero para el 13 hay dos posibles descomposiciones.

Del mismo modo se haría la tabla para el número 14. Aunque, una vez que se ve cómo se comportan los productos (se han confeccionado las tablas anteriores), lo más probable es que no tenga en cuenta todas las posibles descomposiciones en 2, 3, 4, 5, 6 o 7 sumandos del número 14. En este caso la descomposición en 5 sumandos: 3,3,3,3,2 dará el mayor producto que es 162.

Para el número 24, como es dos veces el 12 y como para el 12 la descomposición en cuatro sumandos iguales a 3 es la que da el mayor producto, para el 24 será la descomposición en 8 sumandos iguales a 3 la que dará el mayor producto de todas las posibles descomposiciones, siendo el producto $81^2 = 6561$.

d. El número cien lo podemos expresar como una suma de 100 sumandos iguales a 1, y el producto de estos sumandos da 1, el menor valor posible.

PROBLEMA 2

CLAVE	TEXTO
A	L T Q B H Z M U R C I A
C	P B C R K A M S E F U N D O
B	F Y A C K G J B N Q A G C L R N Q Y M N Q H A C E M I L D O S C I E N T O S A Ñ O S

Para descifrar los mensansajes hay que tener en cuenta que

- Se asigna a cada letra del abecedario un número del 1 al 27 ordenadamente, de la A a la Z.
- Las letras de la columna CLAVE, A, C y B, tienen asignados los números 1, 3 y 2 respectivamente.
- Teniendo en cuenta la pista que nos dice que a la letra M, que tiene asignado el número 13 por su colocación en el abecedario, situada en la fila 3 de la tabla, cuya clave es la letra B, que tiene asignado el número 2 del abecedario, le correponde la Ñ, que en el abecedario tiene la posición $15 = 13 + 2$. Análogamente, la pista que nos dice que a la letra G, situada en el mensaje de la tercera fila, le corresponde la letra I, teniendo en cuenta la posición de las letras en el abecedario y la clave de la tercera fila se tiene $9 = 7 + 2$.
- En conclusión, para asignar la letra verdadera que le corresponde a cada letra del mensaje, tenemos que tener en cuenta en qué fila esta la letra para saber qué clave hay que considerar, de modo que la posición de la letra verdadera es igual a la posición de su correspondiente letra en el mensaje más la posición de la clave correspondiente.

En principio, tenemos que Para saber la equivalencia del resto de letras desconocidas nos vamos a fijar, por ejemplo, en la última pista:

· Si la letra M, a la que corresponde el número 13, pasa a ser Ñ, que es la número 15 y

· Si la letra G, que es la número 7, pasa a ser I, que es la letra número 9,

podemos deducir, que al valor de ambas letras del tercer mensaje le hemos sumado 2 unidades (valor asignado a la letra clave de este mensaje, B). Los valores obtenidos, 15 y 9 respectivamente, corresponden a los números asignados a las letras por las que las hemos traducido, Ñ e I.

Siguiendo esta pauta podemos encontrar el significado de los mensajes.

PROBLEMA 3

- La altura del baño es de 220 cm, luego se pondrán cuatro filas de azulejos
- El perímetro del suelo del baño es $320 + 400 - 90 = 630$ cm (se ha quitado la anchura de la puerta). Se necesitan 21 azulejos para cubrir el perímetro.
- Encima de la puerta se ponen tres azulejos (que se tendrán que recortar para ponerlos).

Teniendo en cuenta lo que hemos dicho se necesitarían en total $21 \times 4 + 3 = 84 + 3 = 87$ azulejos.

Como se tiene que comprar un 10 % más de azulejos, que es 8,7, es decir, se tendrán que comprar 9 azulejos más. Por tanto el total de azulejos necesarios es $87 + 9 = 96$. Como los azulejos van en cajas de 5, se comprarán 100 azulejos, 20 cajas.

a. Comparán 20 cajas de azulejos.

b. Cada azulejo tiene una superficie de $0,3 \times 0,6 = 0,18\,m^2$. Luego pagará $18\,m^2$.

PROBLEMA 4

a. 500 y 700 litros.

b. 170 litros.

c. La aguja ha dado 13 vueltas.

d. El contador marcara 34836 m^3.

PROBLEMA 4

Apartado A)

Sabemos que cuanto más alejado nos situamos a la derecha del punto intersección de los ejes de la gráfica, los valores son más grandes, luego el punto correspondientes al viernes representa una mayor cantidad de naranjas compradas, por tanto si paga lo mismo que cuando compra menos kg, que lo hace L, M, X y J, se tiene que el viernes, el precio del kilo de naranjas es el más bajo y el lunes el precio del kilo de naranjas es el más caro.

Días	**Lunes**	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
Kilos	2	4	5	8	12
euros/kilo	3	1,5	1,2	0,75	0,5
Total	6	6	6	6	6

Apartado B)

El precio del kilo de naranjas es el mismo cualquier día de la semana.

Apartado C)

El día que compró más kilos de naranjas pago menos por cada kilo. Luego el día que pago menos fue el viernes y el día que pagó más fue el lunes.

Días	**Lunes**	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
Kilos	3	5	8	9	20
Total	5	7	10	11	22

La cantidad fija que cobran las tiendas para recaudar fondos para una ONG es de 2 euros. Esta cantidad se representa en la gráfica como $(0, 2)$.